

## 二元非结构肥效模型构建及其田间试验验证\*

章明清<sup>1</sup> 李 娟<sup>1</sup> 章赞德<sup>2</sup> 许文江<sup>3</sup> 姚建族<sup>4</sup>

(1 福建省农业科学院土壤肥料研究所, 福州 350013)

(2 大田县农田建设与土壤肥料技术推广站, 福建大田 366100)

(3 福建省亚热带植物研究所, 福建厦门 361000)

(4 福建省永春县农业技术推广站, 福建永春 362600)

**摘 要** 二次多项式肥效模型假设单位养分增产量与施肥量之间为线性模型, 结果导致最高施肥量之前和最高施肥量之后的施肥效应对称关系。这种模型设定偏误以及模型存在的强烈多重共线性和异方差是建模成功率明显偏低的重要原因。本研究研发二元非结构肥效模型, 旨在提高二元肥效模型的适用性。在一元非结构肥效模型基础上, 根据植物营养元素功能不可相互替代原理, 构建二元非结构肥效模型, 并通过氮、磷、钾二元组合的田间肥效试验结果检验新模型的拟合效果和推荐施肥量的可靠性。结果表明, 在水稻、花生、马铃薯、毛豆、冬小麦和夏玉米的 17 个氮磷、氮钾、磷钾二因素肥效田间试验结果中, 二元二次多项式肥效模型均能通过统计显著性检验, 但典型肥效模型仅占试验点总数的 58.8%, 模型一次项系数或二次项系数代数符号不合理以及推荐施肥量属于外推的非典型式占 41.2%。基于二元非结构肥效模型拟合上述试验结果, 同样均能通过统计显著性检验, 典型肥效模型的比例占试验点总数的 88.2%, 非典型式模型 (均属于推荐施肥量外推) 比例仅占 11.8%, 建模成功率较二元二次多项式肥效模型提高了 29.4 个百分点。两种模型的最高产量施肥量之间、经济产量施肥量之间存在显著的线性正相关, 但线性回归方程的一次项系数分别仅有 0.915 3 和 0.916 1, 表明当二元二次多项式模型推荐的最高施肥量或经济施肥量每增加 1 kg 时, 二元非结构肥效模型的相应推荐施肥分别仅增加 0.915 3 kg 和 0.916 1 kg, 较好地克服了二次多项式模型推荐施肥量偏高的问题。分析表明, 二元二次多项式肥效模型是二元非结构肥效模型的简化式和特例, 新模型具有更广的适用范围。

**关键词** 氮磷钾; 二元非结构肥效模型; 二次多项式肥效模型; 田间试验; 推荐施肥

**中图分类号** S147.21 **文献标识码** A

多项式肥效模型是实现农作物计量施肥的主要技术手段<sup>[1-4]</sup>。但在施肥实践中, 这种基于多项式函数形式构建的经验肥效模型, 因建模成功率偏低, 严重制约了推荐施肥的精确性和模型的实

用价值。就常用的二次多项式肥效模型而言, 典型一元肥效模型比例仅占 60% 左右, 典型二元肥效模型则仅有 40.2%<sup>[5-6]</sup>, 而典型三元肥效模型比例更低至 23.6%<sup>[7]</sup>。即使采用蒙特卡洛建模法<sup>[8]</sup>,

\* 国家自然科学基金项目 (31572203)、福建省农业科学院科技创新团队项目 (STIT2017-1-9) 和福建省属公益类科研院所基本科研专项 (2018 R1022-3) 资助 Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 31572203) and the Scientific and Technological Innovation Team Project of Fujian Academy of Agricultural Sciences (No. STIT2017-1-9) and the Basic Research Project of the Public Welfare Research Institutes of Fujian Province in China (No. 2018R1022-3)

作者简介: 章明清 (1963—), 男, 博士, 研究员, 主要从事作物施肥原理与技术以及施肥与环境领域研究。E-mail: zhangmq2001@163.com

收稿日期: 2018-10-30; 收到修改稿日期: 2018-11-30; 优先数字出版日期 (www.cnki.net): 2018-12-17

二元和三元二次多项式典型肥效模型的比例也仅有56.7%和37.3%。针对多项式肥效模型在应用中存在的问题,国内外学者在肥效模型选择及其适用性<sup>[9-11]</sup>、试验设计与参数估计方法<sup>[8,12-13]</sup>、类特征肥效模型构建<sup>[14-16]</sup>及非典型式推荐施肥优化方法<sup>[8]</sup>等方面进行了深入研究,提出了诸多改进措施,但对模型设定本身是否合理及其改进方法至今仍然鲜见研究报道,相关问题长期未能得到较好解决。研究表明,模型设定偏误<sup>[2]</sup>及由此引起的多重共线性和异方差<sup>[17-19]</sup>等问题是导致二次多项式肥效模型建模成功率偏低的重要原因。为此,作者构建了水稻一元非结构肥效模型<sup>[20]</sup>,克服了二次多项式肥效模型存在的上述缺陷,提高了肥效模型的适用性和建模成功率。本研究在此基础上,根据植物营养元素功能不可相互替代的原理,构建二元非结构肥效模型,并进行田间试验验证,旨在提高二元肥效模型的适用性,为计量施肥和推荐施肥专家系统研发提供理论模型依据。

1 材料与方法

1.1 水稻二因素田间肥效试验设计

2017年分别在福建省永春县、平和县和大田县等水稻产区设置了氮磷、氮钾、磷钾二因素田间肥效试验,选择普通铁聚水耕人为土和普通筒育水耕人为土等福建稻田主要土壤类型作为供试土壤。供试水稻均为当地大面积种植的杂交早稻和杂交单

季稻良种。

每个试验实施前,按规范方法采集一个混合基础土样。用常规方法<sup>[21]</sup>测定供试土壤主要理化性状(表1),其中,pH为电位法,有机质为重铬酸钾容量法,碱解氮为碱解扩散法,有效磷(Olsen-P)为0.5 mol·L<sup>-1</sup>碳酸氢钠提取—钼锑抗比色法,速效钾为1 mol·L<sup>-1</sup>乙酸铵提取—火焰光度计测定法。

试验设计选用二因素五水平回归最优设计,共9个处理。其中,氮磷二因素试验的各处理为:(1) N<sub>0</sub>P<sub>0</sub>, (2) N<sub>0</sub>P<sub>1</sub>, (3) N<sub>1</sub>P<sub>0</sub>, (4) N<sub>1</sub>P<sub>1</sub>, (5) N<sub>0.25</sub>P<sub>0.25</sub>, (6) N<sub>0.25</sub>P<sub>0.75</sub>, (7) N<sub>0.75</sub>P<sub>0.25</sub>, (8) N<sub>0.75</sub>P<sub>0.75</sub>, (9) N<sub>0.5</sub>P<sub>0.5</sub>,氮钾、磷钾二因素试验的9个处理设计与此类似,下标为施肥量比例,处理(4)为试验设计的最高施肥量,各试验点最高施肥量见表1。

试验采用三次重复,随机区组排列,小区面积20 m<sup>2</sup>。试验所用氮肥选择尿素(N46%),磷肥选择过磷酸钙(P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> 12%),钾肥用氯化钾(K<sub>2</sub>O 60%),试验地均不施有机肥。化肥分基肥和追肥施用,其中,磷肥全部做基肥施用;氮肥在基肥、分蘖肥和穗肥中各占总用量的50%、35%和15%;钾肥在基肥和穗肥中各占50%,分蘖期不施钾肥。供试水稻收获时,各小区单收单称,分别记录稻谷和稻草鲜重产量及其晒干产量。试验区四周保留1 m宽以上保护行。除施肥外,其他田间管理措施与大田生产一致。

表1 水稻二元肥效试验供试土壤主要理化性状及其处理(4)施肥量

Table 1 Main physical and chemical properties of the test soil in the experiments on rice and fertilizer application rate in the 4<sup>th</sup>

| treatment |         |                           |                            |      |                              |                                       |                                        |                                        |                        |                |                |
|-----------|---------|---------------------------|----------------------------|------|------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|------------------------|----------------|----------------|
| 序号        | 因素      | 地点                        | 土壤类型                       | pH   | 有机质                          | 碱解氮                                   | 有效磷                                    | 速效钾                                    | 处理（4）施肥量 <sup>③/</sup> |                |                |
| No.       | Factors | Sites                     | Soil types                 |      | OM/<br>(g·kg <sup>-1</sup> ) | Alkaline N/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | Available P/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | Available K/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | (kg·hm <sup>-2</sup> ) |                |                |
|           |         |                           |                            |      |                              |                                       |                                        |                                        | N <sub>i</sub>         | P <sub>i</sub> | K <sub>i</sub> |
| 1         | N, P    | 永春县<br>Yongchun<br>County | 普通筒育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 5.65 | 24.50                        | 135.4                                 | 18.6                                   | 110.6                                  | 240                    | 120            | 120*           |
| 2         | N, P    | 大田县<br>Datian County      | 普通筒育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 4.41 | 28.62                        | 171.5                                 | 15.1                                   | 100.4                                  | 240                    | 120            | 120*           |
| 3         | N, K    | 永春县<br>Yongchun<br>County | 普通铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 5.88 | 29.10                        | 150.5                                 | 22.7                                   | 47.4                                   | 240                    | 60*            | 180            |

续表

| 序号<br>No. | 因素<br>Factors | 地点<br>Sites             | 土壤类型<br>Soil types         | pH   | 有机质<br>OM/<br>(g·kg <sup>-1</sup> ) | 碱解氮<br>Alkaline N/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | 有效磷<br>Available P/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | 速效钾<br>Available K/<br>(mg·kg <sup>-1</sup> ) | 处理 (4) 施肥量 <sup>③</sup> /<br>(kg·hm <sup>-2</sup> ) |                |                |
|-----------|---------------|-------------------------|----------------------------|------|-------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------|----------------|
|           |               |                         |                            |      |                                     |                                              |                                               |                                               | N <sub>1</sub>                                      | P <sub>1</sub> | K <sub>1</sub> |
| 4         | N, K          | 大田县<br>Datian County    | 普通简育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 5.13 | 28.94                               | 151.9                                        | 29.1                                          | 82.7                                          | 240                                                 | 60*            | 180            |
| 5         | N, K          | 平和县<br>Pinghe<br>County | 普通铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 5.37 | 20.31                               | 156.8                                        | 70.6                                          | 105.5                                         | 120                                                 | 30*            | 120            |
| 6         | P, K          | 莆田市<br>Putian City      | 普通简育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 4.80 | 12.50                               | 128.8                                        | 21.5                                          | 39.1                                          | 165*                                                | 120            | 180            |

注：表中带星号的数据为氮磷钾二因素试验外另一个养分的配合施肥量 Notes: The data with asterisk in the table are results of the binary NPK combination fertilizer application plus another nutrient besides the two. ① Typic Haplistagnic Anthrosols; ② Endogleyic Fe-accumuli-Stagnic Anthrosols; ③ Fertilizer application rate in the 4<sup>th</sup> treatment

## 1.2 旱作二因素田间肥效试验资料的收集整理

为了更全面地验证二元非结构肥效模型的适用性，本文引用作者在国际植物营养研究所合作项目中完成的7个氮、磷、钾的二因素田间肥效试验结果。试验的供试作物包括花生、马铃薯和毛豆等，试验内容、供试作物、设置地点、供试土壤类型和基础土样主要理化性状见表2。其中，1999年在莆田市秀屿区完成的花生磷钾肥效试验采用二因素重

复D-饱和最优设计，共12个处理，其他6个试验均采用二因素3×3设计。田间试验方案和样品采集方法与水稻试验大致相同，不再赘述。此外，本研究引用李仁岗编著的《肥料效应函数》<sup>[22]</sup>在第20、22、102、126页提供的中国北方冬小麦和夏玉米的4个完整氮磷肥效试验资料，探讨新模型的建模效果，本文试验点编号分别为第14、15、16、17号。

表2 旱作物二元肥效试验及其供试土壤主要理化性状<sup>1)</sup>

Table 2 Main physical and chemical properties of the test soil in the binary fertilization experiments on upland crops

| 序号<br>No. | 作物<br>Crops         | 年份<br>Years | 因素<br>Factors | 地点<br>Sites            | 土壤类型<br>Soil types         | pH  | 有机质<br>OM/(g·kg <sup>-1</sup> ) | 无机氮<br>Inorganic<br>N/(mg·L <sup>-1</sup> ) | 有效磷<br>Available P/<br>(mg·L <sup>-1</sup> ) | 速效钾<br>Available K/<br>(mg·L <sup>-1</sup> ) |
|-----------|---------------------|-------------|---------------|------------------------|----------------------------|-----|---------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 7         | 马铃薯<br>Potato       | 2003        | N, K          | 同安区<br>Tongan District | 普通简育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 6.8 | 13.0                            | 120.8                                       | 63.9                                         | 52.0                                         |
| 8         | 马铃薯<br>Potato       | 2003        | N, K          | 龙海市<br>Longhai City    | 底潜铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 5.2 | 11.5                            | 135.1                                       | 75.8                                         | 116.6                                        |
| 9         | 毛豆<br>Green soybean | 2002        | N, K          | 龙海市<br>Longhai City    | 底潜铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 4.6 | 15.0                            | 58.1                                        | 24.2                                         | 72.9                                         |
| 10        | 毛豆<br>Green soybean | 2003        | N, K          | 龙海市<br>Longhai City    | 底潜铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 4.5 | 16.6                            | 101.5                                       | 46.2                                         | 36.4                                         |
| 11        | 毛豆<br>Green soybean | 2003        | N, K          | 龙海市<br>Longhai City    | 底潜铁聚水<br>耕人为土 <sup>②</sup> | 5.8 | 12.5                            | 176.7                                       | 40.0                                         | 88.3                                         |
| 12        | 花生<br>Peanut        | 2003        | N, K          | 秀屿区<br>Xiuyu District  | 普通简育水<br>耕人为土 <sup>①</sup> | 4.8 | 9.0                             | 31.4                                        | 24.2                                         | 78.0                                         |
| 13        | 花生<br>Peanut        | 1999        | P, K          | 秀屿区<br>Xiuyu District  | 普通强育湿<br>润富铁土 <sup>③</sup> | 4.6 | 19.2                            | 33.2                                        | 40.8                                         | 78.2                                         |

注：1) 土壤主要理化性状分析采用美国国际农化服务公司提出的分析方法 (ASI法) Note: 1) The test methods of the main chemical properties of the test soil are ASI (Agro Services International Inc. USA). ① Typic Haplistagnic Anthrosols; ② Endogleyic Fe-accumuli-Stagnic Anthrosols; ③ Typic Hi-weatheri-Udic Ferrosols

### 1.3 数据整理方法

二元二次多项式肥效模型采用普通最小二乘法回归建模,二元非结构肥效模型则采用非线性最小二乘法进行模型参数估计。在计算机上的具体实现则使用MATLABR2015b 软件的regress功能函数进行二元二次多项式肥效模型的回归建模,使用nlinfit功能函数进行二元非结构肥效模型参数估计和统计检验,具体数学原理和软件使用方法参见相关专著<sup>[23]</sup>。文中图形采用该软件编程绘制。

### 1.4 二元非结构肥效模型的构建

近年来,Zhang等<sup>[20]</sup>根据施用单位养分的稻谷增产随施肥量的增加呈现指数规律下降的事实,构建了一元非结构肥效模型:

$$Y = A(s_0 + X)e^{-cX} \quad (1)$$

式中, $Y$ 为稻谷产量, $X$ 为施肥量, $s_0$ 为土壤供肥当量(即由土壤提供的相当于所施肥料的养分数量),单位均为 $\text{kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ ;  $c$ 为施肥对产量的效应系数; $A$ 表示施肥量 $X=0$ 时土壤肥力与稻谷产量之间的转换系数。

在式(1)的一元非结构肥效模型中,当施肥量和土壤供肥当量均为零时,作物产量必等于零。因此,根据植物营养元素功能不可相互替代的原理,二元非结构肥效模型可由两个一元非结构模型相乘而得,即:

$$Y = A(s_1 + X_1)(s_2 + X_2)e^{-c_1X_1 - c_2X_2} \quad (2)$$

式中, $s_1$ 、 $s_2$ 分别表示供试土壤氮磷钾中两种元素养分的供肥当量( $\text{kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ )。为使土壤当季养分供应当量与施肥量具有加和性,其值大小以 $\text{N}$ 、 $\text{P}_2\text{O}_5$ 、 $\text{K}_2\text{O}$ 养分形态计量; $c_1$ 、 $c_2$ 分别表示两种养分元素的增产效应系数; $A=A_1 \times A_2$ ,表示两种养分施用量均为零时,土壤肥力与作物产量之间的转换系数,其他代数符号的含义与式(1)相同。

分析表明,式(2)模型在施肥量范围内存在一个产量峰值,该峰值对应的施肥量即为最高产量施肥量。因此,令式(2)的作物产量 $Y$ 分别对 $X_1$ 、 $X_2$ 施肥量的导数等于零,得到最高产量施肥量计算式,令式(2)的作物产量 $Y$ 分别对 $X_1$ 、 $X_2$ 施肥量的导数等于农产品和肥料价格倒数比,得到经济产量施肥量计算式,即:

$$\begin{cases} X_{1\max} = \frac{1}{c_1} - S_1 \\ X_{2\max} = \frac{1}{c_2} - S_2 \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} X_{1\text{eco}} = \frac{1}{c_1 + \alpha/Y_{\text{eco}}} - S_1 \\ X_{2\text{eco}} = \frac{1}{c_2 + \beta/Y_{\text{eco}}} - S_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\alpha = P_{X1}/P_Y$ ,  $\beta = P_{X2}/P_Y$ ,  $P_{X1}$ 、 $P_{X2}$ 和 $P_Y$ 分别表示每千克的 $X_1$ 、 $X_2$ 养分和农产品的市场价格。式中 $Y_{\text{eco}}$ 表示经济产量。经验表明,肥效模型计算所得最高产量和经济产量一般差异很小, $Y_{\text{eco}}$ 可以用最高产量 $Y_{\max}$ 代替。也可以采用数学上的迭代算法得到经济施肥量的精确计算结果,一般迭代计算3~5次即可。

## 2 结 果

### 2.1 二元二次多项式肥效模型的田间试验资料拟合效果

水稻和旱作物的氮磷、氮钾和磷钾二因素田间肥效试验的施肥量及其产量结果见表3。利用常用的二元二次多项式肥效模型,即: $Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_1^2 + b_4X_2^2 + b_5X_1X_2$ ,对表3的水稻二元肥效试验结果,应用普通最小二乘法进行回归建模(表4),然后对各肥效模型进行典型性判别分析<sup>[23]</sup>。6个水稻二元二次多项式肥效模型的统计显著性指标 $F$ 值和拟合优度 $R^2$ 等均达到显著水平。但是,仅有第6号早稻磷钾肥试验点建立的肥效模型属于典型式,可用于推荐施肥。在1号至5号试验点中,二元二次多项式肥效模型的一次项系数或二次项系数符号出现异常,不符合作物施肥效应的一般规律,肥效模型均属于系数符号不合理的非典型式。

对表3的第7号至13号试验点的马铃薯、毛豆和花生的7个二元肥效试验结果,以及冬小麦和夏玉米的4个氮磷二元肥效试验资料<sup>[22]</sup>,用相同方法回归建模和典型性判别(表4)。结果表明,在第7号至17号试验点的11个试验中,二元二次多项式肥效模型均能通过显著性检验,但第13号和第17号试验点建立的肥效模型均属于推荐施肥量外推的非典型式,丧失了推荐施肥的可靠性。

因此,在17个试验资料中,二元二次多项式典型肥效模型仅有10个,占试验点总数的58.8%,非典型肥效模型比例则占41.2%。

表3 水稻和旱作物氮磷、氮钾、磷钾二因素田间肥效试验施肥量和产量

| Table 3 Application rates and yields of rice and upland crops in the NP, NK and PK binary fertilizer experiments |                         |                                                  |                                                                                     |        |        |         |         |         |        |         |         |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|
| 序号<br>No.                                                                                                        | 作物<br>Crops             | 项目<br>Items                                      | 处理号及其施肥量和产量<br>Treatment No., application rate and its yield/(kg·hm <sup>-2</sup> ) |        |        |         |         |         |        |         |         |
|                                                                                                                  |                         |                                                  | 1                                                                                   | 2      | 3      | 4       | 5       | 6       | 7      | 8       | 9       |
|                                                                                                                  |                         |                                                  |                                                                                     |        |        |         |         |         |        |         |         |
| 1                                                                                                                | 早稻Early rice            | N - P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>                | 0-0                                                                                 | 0-120  | 240-0  | 240-120 | 60-30   | 60-90   | 180-30 | 180-90  | 120-60  |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 7 101                                                                               | 7 667  | 9 128  | 9 498   | 8 304   | 9 251   | 9 537  | 10 019  | 9 980   |
| 2                                                                                                                | 单季稻Single-cropping rice | N - P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>                | 0-0                                                                                 | 0-120  | 240-0  | 240-120 | 60-30   | 60-90   | 180-30 | 180-90  | 120-60  |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 5 819                                                                               | 6 846  | 7 646  | 8 492   | 7 848   | 8 198   | 9 020  | 9 294   | 9 353   |
| 3                                                                                                                | 早稻Early rice            | N - K <sub>2</sub> O                             | 0-0                                                                                 | 0-180  | 240-0  | 240-180 | 60-45   | 60-135  | 180-45 | 180-135 | 120-90  |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 6 822                                                                               | 8 126  | 8 250  | 8 327   | 8 774   | 8 621   | 9 101  | 9 779   | 9 567   |
| 4                                                                                                                | 单季稻Single-cropping rice | N- K <sub>2</sub> O                              | 0-0                                                                                 | 0-180  | 240-0  | 240-180 | 60-45   | 60-135  | 180-45 | 180-135 | 120-90  |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 5 597                                                                               | 5 978  | 5 585  | 5 592   | 6 285   | 6 620   | 6 612  | 6 486   | 6 617   |
| 5                                                                                                                | 单季稻Single-cropping rice | N- K <sub>2</sub> O                              | 0-0                                                                                 | 0-120  | 120-0  | 120-120 | 30-30   | 30-90   | 90-30  | 90-90   | 60-60   |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 8 567                                                                               | 9 182  | 9 315  | 9 485   | 9 527   | 9 753   | 9 795  | 9 786   | 9 644   |
| 6                                                                                                                | 早稻Early rice            | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> - K <sub>2</sub> O | 0-0                                                                                 | 0-180  | 120-0  | 120-180 | 30-45   | 30-135  | 90-45  | 90-135  | 60-90   |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 4 616                                                                               | 5 712  | 5 463  | 5 994   | 5 696   | 6 837   | 6 054  | 7 152   | 7 202   |
| 7                                                                                                                | 马铃薯 Potato              | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-180  | 0-300  | 180-0   | 180-180 | 180-300 | 240-0  | 240-180 | 240-300 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 5 898                                                                               | 8 687  | 10 343 | 18 624  | 27 027  | 24 407  | 20 664 | 25 224  | 24 573  |
| 8                                                                                                                | 马铃薯 Potato              | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-180  | 0-300  | 180-0   | 180-180 | 180-300 | 240-0  | 240-180 | 240-300 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 20 526                                                                              | 23 310 | 24 185 | 31 481  | 36 194  | 35 156  | 35 648 | 36 444  | 31 598  |
| 9                                                                                                                | 毛豆 Green soybean        | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-105  | 0-150  | 180-0   | 180-105 | 180-150 | 255-0  | 255-105 | 255-150 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 3 214                                                                               | 3 381  | 3 489  | 7 387   | 8 213   | 7 825   | 7 462  | 8 438   | 8 513   |
| 10                                                                                                               | 毛豆 Green soybean        | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-105  | 0-150  | 180-0   | 180-105 | 180-150 | 255-0  | 255-105 | 255-150 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 4 380                                                                               | 6 765  | 6 015  | 6 135   | 8 145   | 7 245   | 6 795  | 7 635   | 7 245   |
| 11                                                                                                               | 毛豆Green soybean         | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-150  | 0-225  | 180-0   | 180-150 | 180-225 | 240-0  | 240-150 | 240-225 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 8 505                                                                               | 10 338 | 10 673 | 10 532  | 12 423  | 12 048  | 10 965 | 11 507  | 11 340  |
| 12                                                                                                               | 花生 Peanut               | N-K <sub>2</sub> O                               | 0-0                                                                                 | 0-90   | 0-150  | 75-0    | 75-90   | 75-150  | 120-0  | 120-90  | 120-150 |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 3 641                                                                               | 3 911  | 4 100  | 4 250   | 4 440   | 4 430   | 4 230  | 4 481   | 4 410   |
| 13                                                                                                               | 花生 Peanut               | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> -K <sub>2</sub> O  | 0-0                                                                                 | 0-90   | 0-129  | 60-0    | 60-90   | 60-129  | 86-0   | 86-90   | 86-129  |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 3 495                                                                               | 4 230  | 4 260  | 4 110   | 4 560   | 4 530   | 3 975  | 4 335   | 4 230   |
|                                                                                                                  |                         | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> -K <sub>2</sub> O  | 39-59                                                                               | 39-60  | 26-39  | -       | -       | -       | -      | -       | -       |
|                                                                                                                  |                         | 产量Yield                                          | 4 275                                                                               | 4 260  | 4 140  | -       | -       | -       | -      | -       | -       |

注：表中最后2行是13号试验的处理10至处理12的施肥量和产量 Note: Listed in the bottom 2 rows of the Table were application rate and crop yields in Treatments 10 to 12 of Experiment No. 13

2.2 二元非结构肥效模型的田间试验资料拟合效果

对式（2）的二元非结构肥效模型，应用表3的6个水稻肥效试验结果和非线性最小二乘法回归建模和典型性判别<sup>[22]</sup>。表5的1号至6号试验点结

果显示，6个试验点的二元非结构肥效模型统计显著性指标F值和拟合优度R<sup>2</sup>同样均达到统计显著水平。与表4的相关指标相比，应用二元非结构肥效模型拟合这6个试验点的肥效试验结果，均能得到典型肥效模型，明显提高了田间试验的建模成

表4 二元二次多项式肥效模型对供试作物二元肥效试验资料的拟合效果

Table 4 Fitting of crop responses with the binary quadratic polynomial fertilizer response model (BPFM) in the binary fertilization experiments

| 序号<br>No. | 养分<br>Nutrients | 二元二次多项式肥效模型参数<br>Parameters of BPFM |         |        |          |          |          | 统计检验<br>Statistical test |         | 典型性判别<br>Typicality discriminant |     |    |
|-----------|-----------------|-------------------------------------|---------|--------|----------|----------|----------|--------------------------|---------|----------------------------------|-----|----|
|           |                 | $b_0$                               | $b_1$   | $b_2$  | $b_3$    | $b_4$    | $b_5$    | $F$                      | $R^2$   | PS                               | Max | RF |
| 1         | N, P            | 6 951                               | -0.104  | 91.120 | 0.079 5  | 0.703 3  | -0.010 2 | 24.6**                   | 0.960 9 | NT                               | -   | -  |
| 2         | N, P            | 5 778                               | -1.369  | 92.470 | 0.039 3  | -0.703 3 | -0.006 5 | 79.4**                   | 0.987 6 | NT                               | -   | -  |
| 3         | N, K            | 6 833                               | 41.394  | -4.901 | -0.147 7 | 0.062 3  | -0.022 2 | 14.2*                    | 0.934 2 | NT                               | -   | -  |
| 4         | N, K            | 5 543                               | -7.261  | 35.451 | 0.032 2  | -0.183 8 | -0.010 6 | 21.1**                   | 0.954 9 | NT                               | -   | -  |
| 5         | N, K            | 8 614                               | -13.839 | 47.154 | 0.165 2  | -0.351 7 | -0.033 0 | 17.4**                   | 0.945 7 | NT                               | -   | -  |
| 6         | P, K            | 4 443                               | 47.119  | 13.921 | -0.333 1 | -0.035 0 | -0.025 1 | 9.7*                     | 0.906 7 | Y                                | Y   | Y  |
| 7         | N, K            | 5 115                               | 143.670 | 48.573 | -0.338 9 | -0.112 2 | 0.005 6  | 33.3**                   | 0.982 3 | Y                                | Y   | Y  |
| 8         | N, K            | 19 651                              | 121.630 | 43.773 | -0.248 7 | -0.097 6 | -0.077 5 | 13.8*                    | 0.958 3 | Y                                | Y   | Y  |
| 9         | N, K            | 3 193                               | 37.341  | 8.782  | -0.079 7 | -0.051 8 | 0.020 3  | 213.5**                  | 0.997 2 | Y                                | Y   | Y  |
| 10        | N, K            | 4 380                               | 16.102  | 43.578 | -0.029 1 | -0.211 5 | -0.032 7 | 20.5*                    | 0.971 5 | Y                                | Y   | Y  |
| 11        | N, K            | 8 407                               | 26.362  | 20.464 | -0.069 9 | -0.046 2 | -0.028 9 | 17.8*                    | 0.967 4 | Y                                | Y   | Y  |
| 12        | N, K            | 3 634                               | 11.829  | 4.853  | -0.054 3 | -0.013 6 | -0.015 4 | 34.6**                   | 0.983 0 | Y                                | Y   | Y  |
| 13        | P, K            | 3 511                               | 15.816  | 9.824  | -0.115 3 | -0.029 8 | -0.045 7 | 13.4**                   | 0.917 9 | Y                                | Y   | NT |
| 14        | N, P            | 4 687                               | 15.338  | 11.429 | -0.026 3 | -0.039 8 | 0.003 6  | 7.8*                     | 0.886 7 | Y                                | Y   | Y  |
| 15        | N, P            | 2 998                               | 14.621  | 6.2304 | -0.035 6 | -0.040 1 | 0.028 5  | 16.2*                    | 0.964 3 | Y                                | Y   | Y  |
| 16        | N, P            | 8 761                               | 6.391   | 13.227 | -0.009 2 | -0.028 7 | 0.003 2  | 69.2**                   | 0.985 7 | Y                                | Y   | Y  |
| 17        | N, P            | 3 682                               | 18.993  | 18.940 | -0.042 5 | -0.110 9 | 0.082 3  | 97.7**                   | 0.981 9 | Y                                | Y   | NT |

注： $b_0 \sim b_5$ 表示二次多项式肥效模型系数；\*表示显著水平为5%，\*\*表示显著水平为1%。“PS”表示参数符号，“Max”表示最高产量点，“RF”表示推荐施肥量。“Y”表示正常状态，“NT”表示异常状态。下同Note:  $b_0 \sim b_5$  represents coefficients of the quadratic polynomials fertility response model; “\*” means significance at the 5% level and “\*\*” at the 1% level. And “PS” stands for parameters symbols in the model, “Max” for Maximum yield and “RF” for recommended fertilization rate in the model. “Y” stands for normal and “NT” for abnormal. The same below

功率。

对表3的马铃薯、毛豆和花生的7个二元肥效试验结果，以及4个冬小麦和夏玉米氮磷二元肥效试验资料，应用相同方法建立二元非结构肥效模型，并进行典型性判别。表5的第7号至17号试验点的结果表明，尽管这11个试验当初是为建立二次多项式肥效模型而设计的典型肥效试验，二元二次多项式肥效模型能通过显著性检验或得到典型式的试验点，二元非结构肥效模型同样能够得到相同的建模结论；第13号和第17号试验点建立的二元非结构肥效模型与二元二次多项式模型一样，均属于推荐施肥量外推的非典型式。

因此，在17个二元肥效试验结果中，二元非结构肥效模型的典型式有15个，占试验点总

数的88.2%，非典型肥效模型比例仅占11.8%。新模型建模成功率较二次多项式肥效模型提高了29.4个百分点，明显改善了肥效模型的适用性。

2.3 二元肥效模型推荐施肥量及其相关性

依据 $N4.3 \text{ yuan} \cdot \text{kg}^{-1}$ 、 $P_2O_5 \ 5 \text{ yuan} \cdot \text{kg}^{-1}$ 、 $K_2O \ 5 \text{ yuan} \cdot \text{kg}^{-1}$ 和农产品 $2 \text{ yuan} \cdot \text{kg}^{-1}$ 的市场均价，应用式（3）分别计算表5的典型二元非结构肥效模型相应试验点的推荐施肥量，同时，用边际产量导数法分别计算表4中典型二元二次多项式肥效模型试验点的推荐施肥（表6）。结果表明，典型二元非结构肥效模的最高施肥量和经济施肥量的推荐结果均在试验设计的施肥量范围内，未出现异常情况。

为比较两种模型在推荐施肥量上的差异，对

表5 二元非结构肥效模型对供试作物二元肥效试验资料的拟合效果

Table 5 Fitting of crop responses with the binary non-structural fertilizer response model (BNFM) in the binary fertilization experiments

| 序号<br>No. | 养分<br>Nutrients | 二元非结构肥效模型模型参数<br>Parameters of BNFM |                       |                       |                                         |                                         | 统计检验<br>Statistical test |                       | 典型性判别<br>Typicality discriminant |     |    |
|-----------|-----------------|-------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|-----------------------|----------------------------------|-----|----|
|           |                 | <i>A</i>                            | <i>s</i> <sub>1</sub> | <i>s</i> <sub>2</sub> | <i>c</i> <sub>1</sub> × 10 <sup>3</sup> | <i>c</i> <sub>2</sub> × 10 <sup>3</sup> | <i>F</i>                 | <i>R</i> <sup>2</sup> | PS                               | Max | RF |
| 1         | N, P            | 0.288 3                             | 132.7                 | 184.1                 | 3.292                                   | 3.527                                   | 19.3**                   | 0.950 8               | Y                                | Y   | Y  |
| 2         | N, P            | 0.602 1                             | 180.5                 | 53.85                 | 2.458                                   | 8.630                                   | 64.1**                   | 0.984 6               | Y                                | Y   | Y  |
| 3         | N, K            | 0.278 4                             | 268.5                 | 94.62                 | 2.164                                   | 5.395                                   | 7.5*                     | 0.882 1               | Y                                | Y   | Y  |
| 4         | N, K            | 0.179 4                             | 289.6                 | 108.2                 | 2.583                                   | 5.181                                   | 9.0*                     | 0.899 8               | Y                                | Y   | Y  |
| 5         | N, K            | 0.202 1                             | 115.9                 | 372.3                 | 5.454                                   | 2.010                                   | 9.2*                     | 0.901 6               | Y                                | Y   | Y  |
| 6         | P, K            | 0.518 5                             | 49.07                 | 180.3                 | 9.251                                   | 2.721                                   | 7.1*                     | 0.877 0               | Y                                | Y   | Y  |
| 7         | N, K            | 1.396 0                             | 37.11                 | 134.3                 | 4.098                                   | 3.108                                   | 66.2**                   | 0.985 1               | Y                                | Y   | Y  |
| 8         | N, K            | 0.793 5                             | 113.6                 | 242.1                 | 2.976                                   | 2.605                                   | 13.5*                    | 0.931 1               | Y                                | Y   | Y  |
| 9         | N, K            | 0.338 6                             | 59.19                 | 156.4                 | 3.075                                   | 3.848                                   | 368.0**                  | 0.997 3               | Y                                | Y   | Y  |
| 10        | N, K            | 0.455 4                             | 192.1                 | 57.03                 | 2.447                                   | 7.523                                   | 8.6*                     | 0.895 9               | Y                                | Y   | Y  |
| 11        | N, K            | 0.264 3                             | 152. 6                | 224.2                 | 3.390                                   | 2.541                                   | 8.0*                     | 0.888 6               | Y                                | Y   | Y  |
| 12        | N, K            | 0.089 8                             | 135.5                 | 306.8                 | 4.302                                   | 2.230                                   | 16.8**                   | 0.944 0               | Y                                | Y   | Y  |
| 13        | P, K            | 0.176 3                             | 101.5                 | 206.5                 | 6.504                                   | 2.835                                   | 7.3*                     | 0.806 3               | Y                                | Y   | N  |
| 14        | N, P            | 0.175 5                             | 157.1                 | 168. 5                | 2.358                                   | 3.243                                   | 13.2**                   | 0.897 6               | Y                                | Y   | Y  |
| 15        | N, P            | 0.300 0                             | 97.35                 | 95.06                 | 3.246                                   | 5.446                                   | 39.7*                    | 0.975 5               | Y                                | Y   | Y  |
| 16        | N, P            | 0.069 8                             | 487.9                 | 252.5                 | 1.180                                   | 2.067                                   | 89.8**                   | 0.983 6               | Y                                | Y   | Y  |
| 17        | N, P            | 0.310 6                             | 115.3                 | 87.32                 | 1.992                                   | 4.103                                   | 41.7**                   | 0.943 4               | Y                                | Y   | N  |

表6中两种模型均能得到典型式的10个试验点得到的氮、磷、钾推荐施肥量绘制成图，并进行线性回归分析。表明两种模型推荐的最高施肥量之间以及经济施肥之间均存在极显著的线性正相关关系（图1）。回归方程的一次项系数分别仅有0.915 3和0.916 1，表明当二次多项式模型推荐的最高施肥量或经济施肥量每增加1 kg时，非结构肥效模型的相应推荐施肥分别仅增加0.915 3 kg和0.916 1 kg，较好地解决了二次多项式模型推荐施肥量普遍偏高的问题<sup>[1,11]</sup>。

3 讨 论

3.1 二元二次多项式肥效模型的局限性

肥料效应函数法是我国测土配方施肥技术的一个重要分支体系。在过去四十年里，在多项式肥效模型选择及其适用性、试验设计与参数估计方法、类特征肥效模型构建方法以及非典型式推荐施肥优

化方法等方面的研究和应用取得重要进展<sup>[1-2]</sup>。但不可否认的是，该法对田间肥效试验结果的建模成功率明显偏低，并且长期未能得到有效解决，以至于不少人对肥效模型的实用价值丧失信心。本研究在水稻田间试验实施前，作者曾考虑到试验目的是希望得到反映施肥量与水稻产量关系全貌的肥效函数曲面，因而，试验设计选用二因素五水平回归设计。虽然该设计在理论上具有5个施肥水平，且各施肥水平均匀分布在试验施肥量范围内，有利于控制效应曲面的形状，但是，试验结果用于建立二元二次多项式肥效模型的效果仍然不理想，在6个试验中仅有一个试验点能得到典型肥效模型。究其原因，肥效模型设定本身的合理性和可靠性这个核心问题长期未被触及，更鲜见提出改进建议。

作者曾对当前广泛使用的经验肥效模型的研究和应用进展进行过总结，发现常用的二次多项式肥效模型存在不符合生产实际的两个缺陷<sup>[2]</sup>，即：单位养分增产量与施肥量之间的函数关系采用线性

表6 二元非结构肥效模型和二元二次多项式肥效模型典型式的推荐施肥量比较

| Table 6 Comparison in recommended fertilization rate between BNFM and BPFM |                 |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|------------------|
| 二元非结构肥效模型BNFM                                                              |                 |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |                                                             |                               |                  |
| 序号<br>No.                                                                  | 养分<br>Nutrients | 最高施肥量和产量                                                    |                               |                  | 经济施肥量和产量                                                    |                               |                  | 最高施肥量和产量                                                    |                               |                  | 经济施肥量和产量                                                    |                               |                  |
|                                                                            |                 | Max. application rate and yield /<br>(kg·hm <sup>-2</sup> ) | 产量<br>Yield                   | 产量<br>Yield      | Eco. application rate and yield /<br>(kg·hm <sup>-2</sup> ) | 产量<br>Yield                   | 产量<br>Yield      | Max. application rate and yield /<br>(kg·hm <sup>-2</sup> ) | 产量<br>Yield                   | 产量<br>Yield      | Eco. application rate and yield /<br>(kg·hm <sup>-2</sup> ) | 产量<br>Yield                   | 产量<br>Yield      |
|                                                                            |                 | N                                                           | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | N                                                           | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | N                                                           | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | N                                                           | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O |
| 1                                                                          | N, P            | 171                                                         | 99                            | -                | 9 957                                                       | 152                           | 80               | -                                                           | 9 914                         | -                | -                                                           | -                             | -                |
| 2                                                                          | N, P            | 226                                                         | 62                            | -                | 9 527                                                       | 192                           | 59               | -                                                           | 9 486                         | -                | -                                                           | -                             | -                |
| 3                                                                          | N, K            | 194                                                         | -                             | 91               | 9 611                                                       | 150                           | -                | 82                                                          | 9 555                         | -                | -                                                           | -                             | -                |
| 4                                                                          | N, K            | 97                                                          | -                             | 85               | 6 715                                                       | 54                            | -                | 72                                                          | 6 655                         | -                | -                                                           | -                             | -                |
| 5                                                                          | N, K            | 67                                                          | -                             | 126              | 9 925                                                       | 60                            | -                | 69                                                          | 9 850                         | -                | -                                                           | -                             | -                |
| 6                                                                          | P, K            | -                                                           | 59                            | 187              | 7 169                                                       | -                             | 55               | 145                                                         | 7 113                         | 64               | 176                                                         | -                             | 141              |
| 7                                                                          | N, K            | 207                                                         | -                             | 187              | 26 218                                                      | 202                           | -                | 178                                                         | 26 201                        | 213              | -                                                           | 222                           | 25 863           |
| 8                                                                          | N, K            | 222                                                         | -                             | 142              | 36 504                                                      | 216                           | -                | 132                                                         | 36 484                        | 223              | -                                                           | 136                           | 36 204           |
| 9                                                                          | N, K            | 266                                                         | -                             | 103              | 8 480                                                       | 241                           | -                | 85                                                          | 84 306                        | 251              | -                                                           | 133                           | 8 468            |
| 10                                                                         | N, K            | 217                                                         | -                             | 76               | 8 227                                                       | 177                           | -                | 71                                                          | 8 179                         | 229              | -                                                           | 85                            | 8 080            |
| 11                                                                         | N, K            | 142                                                         | -                             | 169              | 12 314                                                      | 128                           | -                | 140                                                         | 12 263                        | 153              | -                                                           | 174                           | 12 195           |
| 12                                                                         | N, K            | 97                                                          | -                             | 142              | 4 496                                                       | 73                            | -                | 50                                                          | 4 364                         | 91               | -                                                           | 127                           | 4 480            |
| 14                                                                         | N, P            | 267                                                         | 140                           | -                | 7 768                                                       | 222                           | 112              | -                                                           | 7 687                         | 302              | 157                                                         | -                             | 7 901            |
| 15                                                                         | N, P            | 211                                                         | 89                            | -                | 5 286                                                       | 176                           | 74               | -                                                           | 5 232                         | 226              | 104                                                         | -                             | 5 349            |
| 16                                                                         | N, P            | 359                                                         | 231                           | -                | 11 610                                                      | 243                           | 185              | -                                                           | 11 434                        | 391              | 253                                                         | -                             | 11 682           |

注：第13号和第17号试验点无推荐施肥量Note: There are not recommendation fertilization at experimental sites 13 and 17

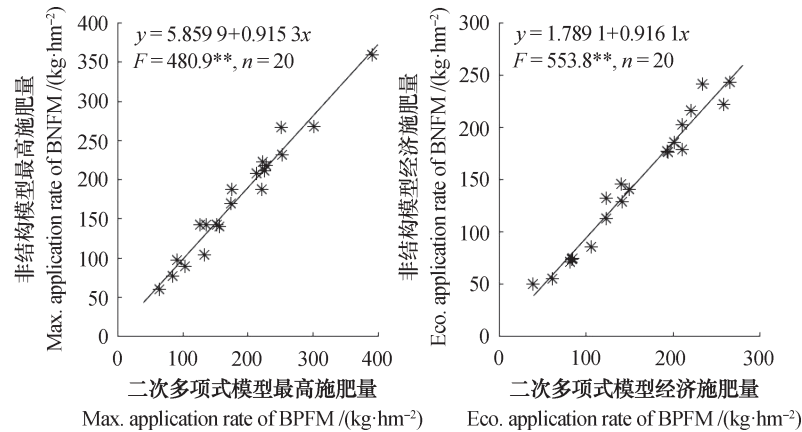


图1 二元非结构肥效模型与二元二次多项式肥效模型推荐施肥量的相关性

Fig. 1 Relationship in recommendation fertilization rate between the binary non-structural fertilizer response model (BNFM) and the binary quadratic polynomial fertilizer response model (BPFM)

模型, 导致最高施肥量之前施肥的增产效应与最高施肥量之后施肥的减产效应是对称关系, 忽略了当前广泛推广应用的高产耐肥新品种在过量施肥时, 产量降低幅度得到较大程度缓解的肥料效应特征, 同时, 也忽略了土壤对养分的缓冲能力, 进而减轻过量施肥对作物产量负效应的作用; 其次是二次多项式肥效模型的回归变量间存在强烈的多重共线性<sup>[18]</sup>和异方差<sup>[19]</sup>, 严重制约了普通最小二乘法回归建模的有效性和统计检验结果的可靠性。因此, 模型设定偏误、多重共线性和异方差等因素是导致二次多项式肥效模型建模成功率偏低的重要原因。

### 3.2 二元非结构肥效模型的适用性

针对多项式统计模型的多重共线性和异方差等问题, 现代数理统计学已提出了诸多解决办法<sup>[17]</sup>。研究表明, 主成分回归建模法在克服多重共线性危害<sup>[18]</sup>、广义可行最小二乘回归建模法在克服异方差危害<sup>[19]</sup>等方面具有实用价值。但是, 这些方法并不能克服模型设定偏误问题, 而且, 二次多项式肥效模型往往同时存在多重共线性和异方差, 如何同时解决这两个问题, 目前在统计学上还难以做到。因此, 研发新的肥效模型就成为解决相关问题的关键。

本研究在一元非结构肥效模型<sup>[20]</sup>的基础上, 根据植物营养元素功能不可相互替代的原理, 建立了式(2)模型。该模型在数学形式上显然不同于二元二次多项式肥效模型, 也不同于根系养分吸收机理模型<sup>[24]</sup>, 但模型中的各参数具有明确的肥效

含义, 应用上也较为简便。借鉴种群生态学对不同类型模型的命名方法<sup>[25-26]</sup>, 将这种介于经验模型和机理模型之间的式(2)模型称为二元非结构肥效模型。新模型较好地克服了二次多项式模型在施肥效应中的对称缺陷, 同时, 不能直接进行线性化转换, 较好地克服了困扰二次多项式肥效模型的多重共线性等问题, 是新模型建模成功率明显改善(表5)的主要原因。在推荐施肥量方面, 两种模型均能应用到典型肥效模型的试验点, 推荐的最高施肥量之间以及经济施肥之间均存在极显著的线性正相关关系, 而且新模型的推荐施肥量普遍较低, 较好地克服了二次多项式模型推荐施肥量普遍偏高的问题<sup>[1, 11]</sup>。

理论分析表明, 对式(2)二元非结构肥效模型的 $e^x$ 项进行泰勒级数展开, 即:  $e^x = 1 + x + G(x)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ , 其中,  $G(x) = \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ 。因式(2)模型的 $c$ 值在 $10^{-3}$ 次方级(表5), 若仅取前两项, 且忽略 $X_1X_2$ 的高次项, 并令 $B = (1 + c_1s_1)$ ,  $C = (1 + c_2s_2)$ ; 则式(2)模型可转化为:  $Y = A[s_1s_2 + Bs_2X_1 + Cs_1X_2 - c_1s_2X_1^2 - c_2s_1X_2^2 + BCX_1X_2]$ , 结果与二元二次多项式肥效模型具有相同的数学表达式。可见, 二元二次多项式肥效模型是二元非结构肥效模型的简化式。当某些试验点的肥效试验结果能够使剩余量 $G(x)$ 达到足够小时, 这两种模型均可能得到很好的拟合效果。表5的建模结果表明, 二元二次多项式肥效模型能得到典型式的试验资料, 二元非结构肥效模型同样能得到典型肥效模型。但当剩余量 $G(x)$ 较大时, 二元二次多项式肥效模型可

能会因过度简化导致拟合效果欠佳,而非结构肥效模型因未进行这种简化而可能仍然具有较好的拟合效果。因此,二元非结构肥效模型具有更宽的适用范围。

## 4 结 论

模型设定偏误、多重共线性和异方差等问题是导致二元二次多项式肥效模型建模成功率偏低的主要原因,二元非结构肥效模型较好地克服了这些已知局限性,具有更高的拟合精度和更宽的适用范围。

## 参 考 文 献

- [1] 王兴仁,陈新平,张福锁,等.施肥模型在我国推荐施肥中的应用.植物营养与肥科学报,1998,4(1): 67—74  
Wang X R, Chen X P, Zhang F S, et al. Application of fertilization model for fertilizer recommendation in China (In Chinese). Plant Nutrition and Fertilizer Science, 1998, 4(1): 67—74
- [2] 章明清,李娟,孔庆波,等.作物肥料效应函数模型研究进展与展望.土壤学报,2016,53(6): 1143—1156  
Zhang M Q, Li J, Kong Q B, et al. Progress and prospect of the study on crop-response-to-fertilization function model (In Chinese). Acta Pedologica Sinica, 2016, 53(6): 1143—1156
- [3] Petersen J, Thomsen I K, Mattsson L, et al. Estimating the crop response to fertilizer nitrogen residues in long-continued field experiments. Nutrient Cycling in Agroecosystems, 2012, 93(1): 1—12
- [4] Thöle H, Richter C, Ehlert D. Strategy of statistical model selection for precision farming on-farm experiments. Precision Agriculture, 2013, 14(4): 434—449
- [5] 王兴仁.二元二次肥料效应曲面等产线图在科学施肥中的位置(一).土壤通报,1985,16(1): 30—34  
Wang X R. The positions of contour map of yield of binary quadratic fertilizer response curve in scientific fertilization (part 1) (In Chinese). Chinese Journal of Soil Science, 1985, 16(1): 30—34
- [6] 王兴仁.二元二次肥料效应曲面等产线图在科学施肥中的位置(二).土壤通报,1985,16(2): 86—88  
Wang X R. The positions of contour map of yield of binary quadratic fertilizer response curve in scientific fertilization (part 2) (In Chinese). Chinese Journal of Soil Science, 1985, 16(2): 86—88
- [7] 章明清,林仁坝,林代炎,等.极值判别分析在三元肥效模型推荐施肥中的作用.福建农业学报,1995,10(2): 54—59  
Zhang M Q, Lin R X, Lin D Y, et al. Function of distinguish analysis on extreme value in recommendatory fertilization for three-fertilizer efficiency model (In Chinese). Fujian Journal of Agricultural Sciences, 1995, 10(2): 54—59
- [8] 章明清,徐志平,姚宝全,等. Monte Carlo 法在多元肥效模型参数估计和推荐施肥中的应用.植物营养与肥科学报,2009,15(2): 366—373  
Zhang M Q, Xu Z P, Yao B Q, et al. Using Monte Carlo method for parameter estimation and fertilization recommendation of multivariate fertilizer response model (In Chinese). Plant Nutrition and Fertilizing Science, 2009, 15(2): 366—373
- [9] Cerrato M E, Blackmer A M. Comparison of models for describing corn yield response to nitrogen fertilizer. Agronomy Journal, 1990, 82(1): 138—143
- [10] 杨靖一, Wadsworth G A, Greenwood D J. 三种蔬菜N肥效应曲线的比较研究.植物营养与肥科学报,1995,1(1): 71—78  
Yang J Y, Wadsworth G A, Greenwood D J. Comparative study on three kinds of vegetables response to N fertilizer curve (In Chinese). Plant Nutrition and Fertilizer Science, 1995, 1(1): 71—78
- [11] 陈新平,周金池,王兴仁,等.小麦-玉米轮作制中氮肥效应模型的选择—经济和环境效益分析.土壤学报,2000,37(3): 346—354  
Chen X P, Zhou J C, Wang X R, et al. Economic and environmental evaluation on models for describing crop yield response to nitrogen fertilizers at winter-wheat and summer-corn rotation system (In Chinese). Acta Pedologica Sinica, 2000, 37(3): 346—354
- [12] 吴平,陶勤南.氮磷钾肥效模型的研究及其应用.浙江农业大学学报,1989,15(4): 383—388  
Wu P, Tao Q N. Study on N, P and K fertilizer response model and its application (In Chinese). Journal of Zhejiang Agricultural University, 1989, 15(4): 383—388
- [13] 章明清.米氏肥效方程的灰色建模法.土壤通报,1997,28(1): 18—19  
Zhang M Q. Gray modeling method of Mitscherlich fertilizer response equations (In

- Chinese). Chinese Journal of Soil Science, 1997, 28(1): 18—19
- [14] Colwell J D. The evaluation of fertilizer recommendations for crops in non-uniform environment. Fertilizer, Crop Quality and Economy, 1974: 936—961
- [15] 王兴仁, 陈伦寿, 毛达如, 等. 分类回归综合法及其在区域施肥决策中的应用. 土壤通报, 1989, 20(1): 17—21
- Wang X R, Chen L S, Mao D R, et al. Classification of regression synthesis and its application for regional fertilization decision-making (In Chinese). Chinese Journal of Soil Science, 1989, 20(1): 17—21
- [16] 毛达如, 张承东. 多点肥料效应函数的动态聚类方法. 北京农业大学学报, 1991, 17(2): 49—54
- Mao D R, Zhang C D. Cluster analysis of quadratic response function on the fertilizer dispersed experiment (In Chinese). Acta Agriculturae Universitatis Pekinensis, 1991, 17(2): 49—54
- [17] Montgomery D C, Peck E A, Vining G G. 王辰勇, 译. 线性回归分析导论. 5版. 北京: 机械工业出版社, 2016: 91—268
- Montgomery D C, Peck E A, Vining G G. Wang C Y. trans. Introduction to linear regression analysis (In Chinese). 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2016: 91—268
- [18] 李娟, 章明清, 许文江, 等. 提高三元肥效模型建模成功率的主成分回归技术研究. 土壤学报, 2018, 55(2): 207—218
- Li J, Zhang M Q, Xu W J, et al. Principal component regression technology of ternary fertilizer response model for improving success rate of modeling (In Chinese). Acta Pedologica Sinica, 2018, 55(2): 207—218
- [19] 孔庆波, 章明清, 李娟, 等. 三元肥效模型异方差诊断及其可行广义最小二乘回归建模研究. 中国农业科学, 2018, 51(4): 728—737
- Kong Q B, Zhang M Q, Li J, et al. Heteroskedasticity diagnosis and feasible generalized least squares regression modeling of ternary fertilizer efficiency model (In Chinese). Scientia Agricultura Sinica, 2018, 51(4): 728—737
- [20] Zhang M Q, Li J, Chen F, et al. Unary non-structural fertilizer response model for rice crops and its field experimental verification. Scientific Reports, 2018, 8: Article number 2792
- [21] 鲁如坤. 土壤农业化学分析方法. 北京: 中国农业科学技术出版社, 2000: 146—196
- Lu R K. Analytical methods for soil and agrochemistry (In Chinese). Beijing: China Agricultural Science and Technology Press, 2000: 146—196
- [22] 李仁岗. 肥料效应函数. 北京: 农业出版社, 1987: 46—87
- Li R G. Fertilizer response function (In Chinese). Beijing: Agriculture Press, 1987: 46—87
- [23] 薛毅, 陈立萍. 实用数据分析与MATLAB软件. 北京: 北京工业大学出版社, 2015: 189—274, 377—394
- Xue Y, Chen L P. Practical data analysis and MATLAB software (In Chinese). Beijing: Beijing University of Technology Press, 2015: 189—274, 377—394
- [24] 徐明岗, 姚其华, 吕家珑. 土壤养分运移. 北京: 中国农业科学技术出版社, 2000: 159—226
- Xu M G, Yao Q H, Lü J L. Soil nutrients migration (In Chinese). Beijing: China Agricultural Science and Technology Press, 2000: 159—226
- [25] 唐三一, 肖燕妮. 单种群生物动力系统. 北京: 科学出版社, 2008: 1—23
- Tang S Y, Xiao Y N. Biological power system of single species (In Chinese). Beijing: Science Press, 2008: 1—23
- [26] 戚以政, 汪叔雄. 生物反应动力学与反应器. 3版. 北京: 化学工业出版社, 2013: 1—39
- Qi Y Z, Wang S X. Biological reaction kinetics and reactor (In Chinese). 3rd ed. Beijing: Chemical Industry Press, 2013: 1—39

## Binary Non-structural Fertilizer Response Model and Its Validaiton via Field Experiment

ZHANG Mingqing<sup>1</sup> LI Juan<sup>1</sup> ZHANG Zande<sup>2</sup> XU Wenjiang<sup>3</sup> YAO Jianzu<sup>4</sup>

( 1 Soil and Fertilizer Institute, Fujian Academy of Agricultural Science, Fuzhou 350013, China )

( 2 Datian Cropland Construction and Soil and Fertilizer Station, Datian, Fujian 366100, China )

( 3 Fujian Institute of Subtropical Plants, Xiamen, Fujian 361000, China )

( 4 Yongchun Agricultural Technology Extension Station, Yongchun, Fujian 362600, China )

**Abstract** 【Objective】The binary quadratic polynomial fertilizer response model is set up on the assumption that crop yield increment per unit of nutrient is linearly related to fertilizer application rate, thus leading to a symmetric relationship in crop response to fertilization between before the maximum application rate and after the maximum application rate of fertilizer is applied. This model obviously tends to be low in modeling success ratio mainly because of its set biased error and existence of multicollinearity and heteroscedasticity. This study has developed a binary non-structural fertilizer response model, which is designed to have better applicability. 【Method】On the basis of the unary non-structured fertilizer response model and the principle that the functions of plant nutrient elements cannot be replaced by each other, a binary non-structural fertilizer response model is constructed. Its fitting effect and its reliability in recommendation of fertilization rates is verified via NPK binary combination field experiments on crop response. 【Result】The model is OKed through all the statistical significance tests in all the 17 field experiments on crop response of rice, peanut, potato, edamame, winter wheat and summer maize, but only 58.8% of the total test sites showed typical crop responses, and 41.2% did non-typical ones with irrational algebric symbols of monomial or quadratic term coefficient in model and extrapolated fertilizer recommendation. Fitting tests of the model demonstrate that it has been OKed through all the statistical significance tests, with 88.2% of the test sites showing typical crop responses, and only 11.8% non-typical ones, all of the type of extrapolated recommendation, which demonstrates that the new model has improved in modeling success rate by 29.4% as compared with the binary quadratic polynomial fertilizer response model. Both models show significant linear positive relationships between maximum fertilization rate for highest crop yield and economic fertilization rate for highest crop yield, but the first term coefficient of the linear regression equation is 0.915 3 and 0.916 1, only, which means that for the increment of each kg of fertilizer recommended by the binary quadratic polynomial fertilizer response model only 0.915 3 kg and 0.916 1 kg is recommended by the new model. The new model has fairly well overcome the problem of the quadratic polynomial model's recommendation tending to be higher. 【Conclusion】All the analyses indicate that the binary quadratic polynomial fertilizer response model is a simple and specific one of the binary non-structural fertilizer response model. The new model has a wider range of applications.

**Key words** NPK; Binary non-structural fertilizer response model; Quadratic polynomial fertilizer response model; Field experiment; Fertilization recommendation

( 责任编辑: 陈荣府 )